

# Теоретическая основа метода SONIC.

## 1. Одноосная волновая теория

Во время удара в теле сваи возникает волна. При наличии пустот, трещин и других повреждений, а также при взаимодействии сваи с окружающими грунтами возникает отраженная волна, которая распространяется в обратном к прямой волне направлении. Прямая и отраженная волны сталкиваются при прохождении по длине сваи. Этот процесс описывает одноосная волновая теория.

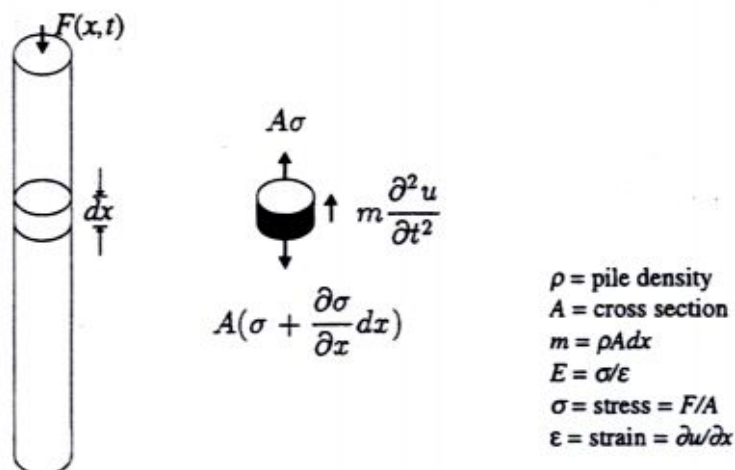


Рис. 1. Одноосный цилиндрический элемент.

В качестве введения в волновую теорию, рассмотрим цилиндрический элемент, не подверженный внешнему демпфированию или взаимодействию с грунтом (рис 1.). Элемент имеет плотность  $\rho$ , площадь поперечного сечения  $A$ , модуль упругости  $E$ . Этот элемент нагружен силой, зависящей от времени  $F(t)$ .

Из 2-го закона Ньютона ( $F = m A$ ) уравнение движения для малого элемента  $dx$  может быть представлено в виде:

$$-\frac{\partial F}{\partial x} dx = (\rho A dx) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

где:  $F$  - осевая сила в элементе;  
 $x$  - координата Лагранжа;  
 $u$  - смещение;  
 $t$  - время.

По закону Гука сила  $F$  связана с относительными деформациями  $\epsilon$  уравнением:

$$F = -EA\epsilon = -EA \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) имеем:

$$EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3)$$

или

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (4)$$

где  $c$  есть характеристика скорости распространения волны.

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (5)$$

Общее решение дифференциального уравнения (4) для перемещения и времени:

$$u = u^{\downarrow}(x - ct) + u^{\uparrow}(x + ct) \quad (6)$$

Как видно, общее решение дифференциального уравнения содержит два слагаемых, которые описывают движение двух волн с равными скоростями, но в противоположных направлениях. Вдоль линий  $(x + ct)$ , называемых характерными, значения  $u^{\downarrow}$  и  $u^{\uparrow}$  постоянны и зависят от граничных условий.

Для скорости  $v$  и для осевой силы  $F$  могут быть получены следующие уравнения:

$$v = \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u^{\downarrow}}{\partial(x - ct)}(-c) + \frac{\partial u^{\uparrow}}{\partial(x + ct)}(+c) = v^{\downarrow} + v^{\uparrow} \quad (7)$$

$$F = -EA \frac{\partial u}{\partial x} = -EA \left( \frac{\partial u^{\downarrow}}{\partial(x - ct)} + \frac{\partial u^{\uparrow}}{\partial(x + ct)} \right) = F^{\downarrow} + F^{\uparrow} \quad (8)$$

Итак, пока  $v^{\downarrow}$  и  $F^{\downarrow}$  являются только функциями  $(x - ct)$ , а  $v^{\uparrow}$  и  $F^{\uparrow}$  являются только функциями  $(x + ct)$ , скорость и сила могут быть интерпретированы как сумма спускающейся и поднимающейся волн.

Из уравнений (7) и (8) получаем

$$F^{\downarrow} = Zv^{\downarrow}; \quad F^{\uparrow} = -Zv^{\uparrow} \quad (9)$$

где  $Z$  - импеданс элемента, определяемый как отношение движущейся силы к соответствующей скорости.

$$Z = \frac{EA}{c} = A\sqrt{E\rho} \quad (10)$$

## 2. Граничные условия для оголовка и пяты

Рассмотрим сваю конечной длины  $L$ , нагруженную половинной синусоидальной пульсирующей нагрузкой.

Волна сжатия начинает движение вниз. Заметим, что только часть сваи между двумя характерными точками находится в движении со скоростью  $v = F/Z$ . Когда фронт волны достигает пяты сваи в момент времени  $t=L/c$ , возникает отражение, т. е. рефлексия.

Тип рефлексии зависит от характера закрепления конца сваи – свободного или защемленного (фиксированного).

### 2.1. Свободный конец сваи

Для свободного конца граничным условием является то, что сила на конце равна нулю в любое время  $t$ , так как на свободном конце нет сопротивления. Итак,  $F(x = L, t) = 0$ .

Или

$$F(L, t) = F^{\downarrow}(L, t) + F^{\uparrow}(L, t) = 0 \quad (11)$$

или

$$F^{\uparrow}(L, t) = -F^{\downarrow}(L, t) \quad (12)$$

Следовательно, в момент времени  $t=L/c$  отраженная волна равна, но противоположна по закону входной волне на пяте. Отраженная волна – волна растяжения.

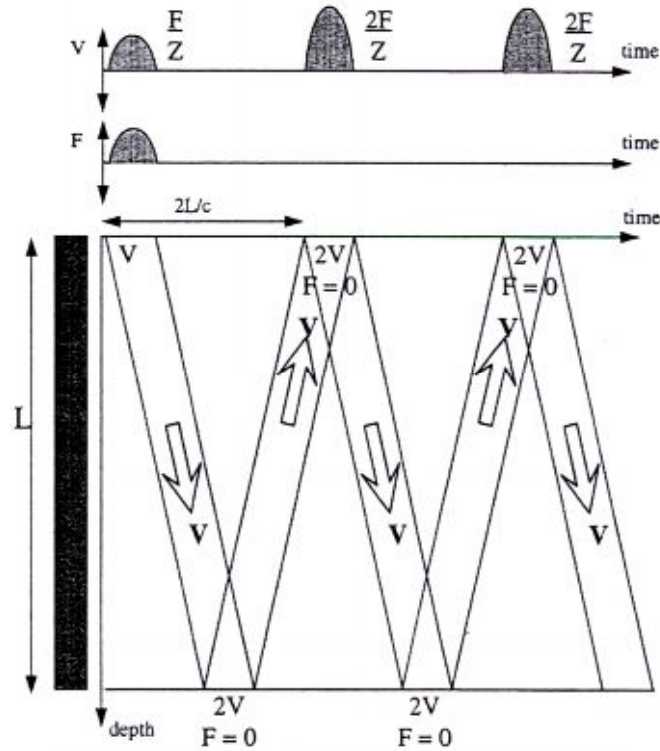


Рис. 2. Ответные волны на пульсационную нагрузку в свае со свободным концом.

В пите сваи, как показано на рис. 2, обе волны накладываются и результирующая сила равна нулю. Скорости прямой и обратной волн определяются уравнениями:

$$v^{\downarrow} = \frac{F^{\downarrow}}{Z} = \frac{F}{Z}; \quad v^{\uparrow} = -\frac{F^{\uparrow}}{Z} = \frac{F}{Z} \quad (13)$$

$$v(L, t) = v^{\downarrow}(L, t) + v^{\uparrow}(L, t) = \frac{2F}{Z}$$

Итак, скорости прямой и обратной волн имеют одинаковый знак и величину. В момент совпадения значение скорости удваивается.

В момент времени  $t=2L/c$  обратная волна достигает свободного конца сваи и возникает другая рефлексия, возникает волна сжатия, которая опускается вниз.

## 2.2. Фиксированный конец сваи

Для фиксированного конца граничные условия состоят в том, что перемещение и скорость на конце равны нулю, так как фиксированный конец не смещается. Итак,  $v(x=L, t) = 0$ . Граничные условия определяются уравнениями:

$$v(L, t) = v^{\downarrow}(L, t) + v^{\uparrow}(L, t) = 0$$

$$v^{\uparrow}(L, t) = -v^{\downarrow}(L, t) = -\frac{F^{\downarrow}}{Z} = -\frac{F}{Z} \quad (14)$$

$$F^{\uparrow}(L, t) = -Zv^{\uparrow} = F^{\downarrow}(L, t) = F \quad (15)$$

Следовательно, для фиксированного конца обратная волна имеет такое же значение и знак как и прямая. В этом случае обратная волна – волна сжатия.

В месте наложения волн скорость равна 0, а сила удваивается.

В момент времени  $t=2L/c$  обратная волна достигает свободного конца сваи и возникает другая рефлексия, возникает волна растяжения, которая опускается вниз.

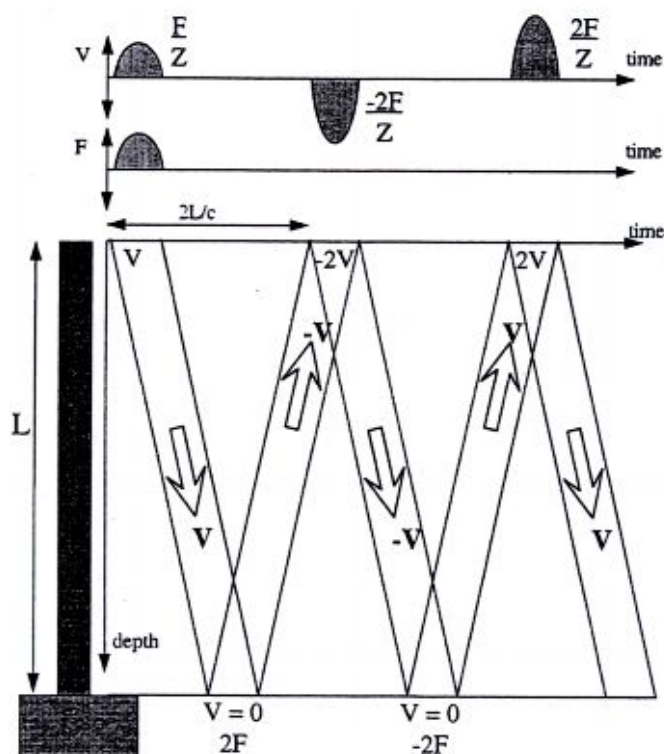


Рис. 3. Ответные волны на пульсационную нагрузку в свае с фиксированным концом.

Из перемещения и скорости на голове сваи, мы можем заключить, что свая колеблется с начальной частотой  $f$ , а период  $T$  получается равным:

$$T = \frac{2\pi}{f} = \frac{4L}{c} = 4L\sqrt{\frac{\rho}{E}} \quad (16)$$

### 2.3. Влияние изменения площади бетона поперечного сечения сваи

Свободный и фиксированный концы свай – особые случаи наличия изменения площади поперечного сечения сваи в ее импедансе  $Z$ . Влияние изменения площади поперечного сечения сваи показано на рис. 4.

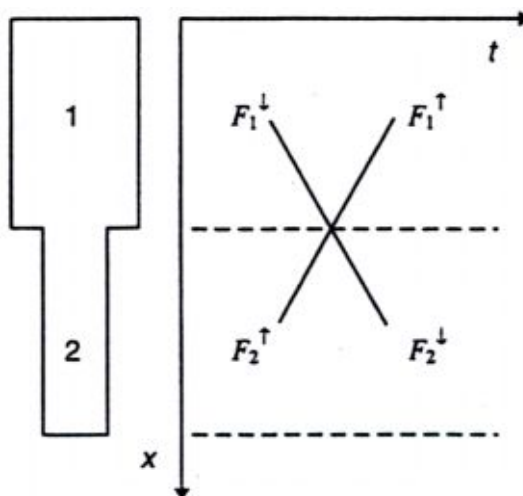


Рис. 4. Влияние изменения площади поперечного сечения сваи

В месте изменения сечения силы  $F$  и скорости  $v$  с разных сторон равны между собой.

$$\begin{aligned} F_1^\downarrow + F_1^\uparrow &= F_2^\downarrow + F_2^\uparrow \\ v_1^\downarrow + v_1^\uparrow &= v_2^\downarrow + v_2^\uparrow \end{aligned} \quad (17)$$

( 18 )

Используя ( 9 ), уравнение ( 18 ) можно записать как

$$\frac{F_1^{\downarrow}}{Z_1} - \frac{F_1^{\uparrow}}{Z_1} = \frac{F_2^{\downarrow}}{Z_2} + \frac{F_2^{\uparrow}}{Z_2} \quad ( 19 )$$

Если мы рассматриваем какую либо специфическую точку в определенный момент времени, то прямая волна в части 1 и отраженная волна в части 2 известны. Уравнения ( 17 ) и ( 19 ) дают возможность нам рассчитать движущуюся отраженную волну в части 2 и прямую волну в части 1.

$$F_2^{\downarrow} = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} F_1^{\downarrow} + \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} F_2^{\uparrow} \quad ( 20 )$$

$$F_1^{\uparrow} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} F_1^{\downarrow} + \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} F_2^{\uparrow} \quad ( 21 )$$

Например, если площадь поперечного сечения сваи уменьшается в 2 раза (  $Z_1 = 2Z_2$  ), то уравнения ( 20 ) и ( 21 ) можно записать в виде

$$F_2^{\downarrow} = \frac{2}{3} F_1^{\downarrow} + \frac{1}{3} F_2^{\uparrow} \quad ( 22 )$$

$$F_1^{\uparrow} = -\frac{1}{3} F_1^{\downarrow} + \frac{4}{3} F_2^{\uparrow} \quad ( 23 )$$

На рисунке 5 показаны рефлексии для сваи с изменением поперечного сечения.

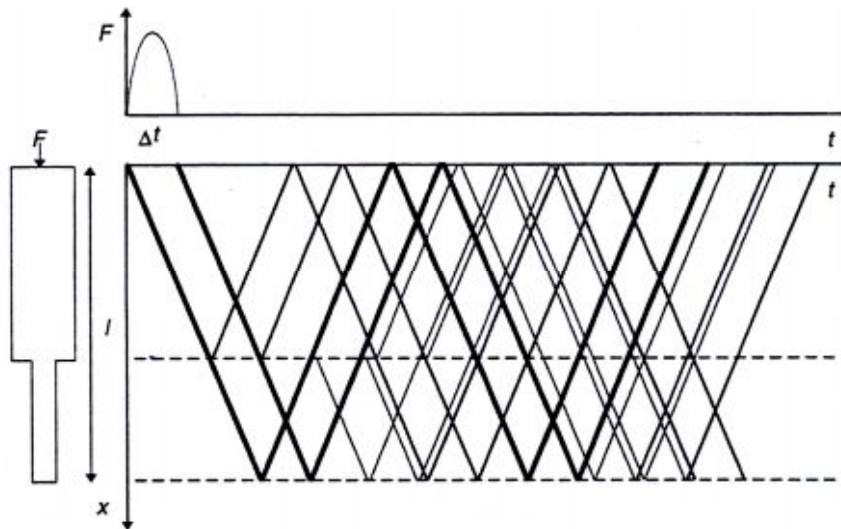


Рис. 5. Рефлексии в свае с изменением поперечного сечения.

Принципы контроля могут быть продемонстрированы ударом одиночного шара по ряду таких же шаров. Есть два варианта в зависимости от граничных условий: последний шар после удара движется свободно (свободный конец) или остается на месте (фиксированный конец). В каждом случае энергия удара передается от первого шара к следующему и так далее по линии (рис. 6а).

В случае свободного конца последний шар не передает энергию, а движется дальше. После этого ударный шар остается в покое. В случае фиксированного конца, последний шар не может передать свою энергию, и энергия отражается в обратном направлении. Энергия передается от шара к шару и, в конце, ударный шар отскакивает. Следовательно, по отскоку ударного шара можно судить о состоянии конца сваи (фиксированный или свободный конец). Даже в случае упругой фиксации конца сваи.

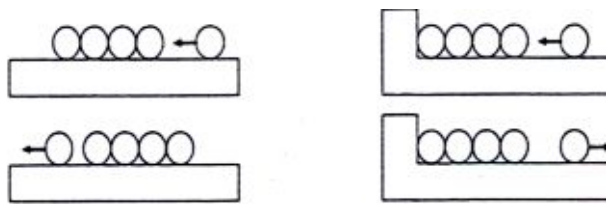


Рис. 6а. Удар шаров: свободный и фиксированный концы

Когда свая расположена в грунте, очень легко определяется состояние конца: свободный или фиксированный. Удар молотка по верхнему шару приводит его в движение. Однако, реальная свая имеет на обоих концах упругое закрепление, что хорошо моделируется рядом шаров, соединенных между собой пружинами (рис. 6б). И так, во время удара пружина под верхним шаром сжимается, передавая энергию к следующему шару. Верхний шар теперь имеет нулевую скорость. После удара энергия передается вниз по свае.

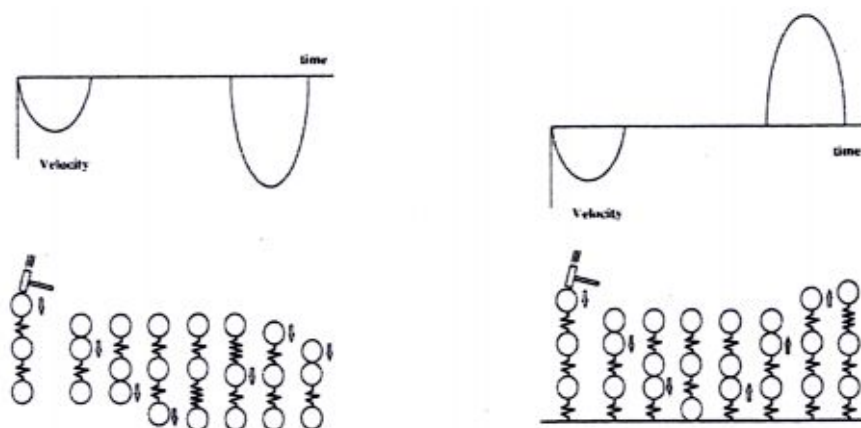


Рис. 6б. Массы, соединенные пружинами: свободный и фиксированный концы.

В случае свободного конца, последний, неуспокоенный шар растягивает пружину, которая тянет предыдущий шар, и так по всей свае. Верхний шар снова движется вниз. Последовательность движения верхнего шара: в момент удара – вниз, затем покой, и опять вниз. Для фиксированного конца, последний шар сжимает нижнюю пружину, которая отталкивает этот шар вверх и так далее вверх по свае, верхний шар движется вверх. Последовательность движения верхнего шара: при ударе – вниз, момент покоя, движение вверх.

Скорость движения шаров «туда – сюда», т. е. скорость сжатия или растяжения пружин, это скорость волны сжатия  $c$ . Для более тяжелых шаров скорость волны сжатия ниже, а для более жестких пружин – выше. При свободном конце пружины сжаты, пока удар движется вниз (волна сжатия), и растянуты, когда вверх (волна растяжения). При фиксированном конце, пружины сжаты и при движении вверх, и при движении вниз.

На рис. 7 показаны рефлексии для 6 основных случаев изменения поперечного сечения сваи со свободным концом (висячая свая) и фиксированным концом (свая – стойка).



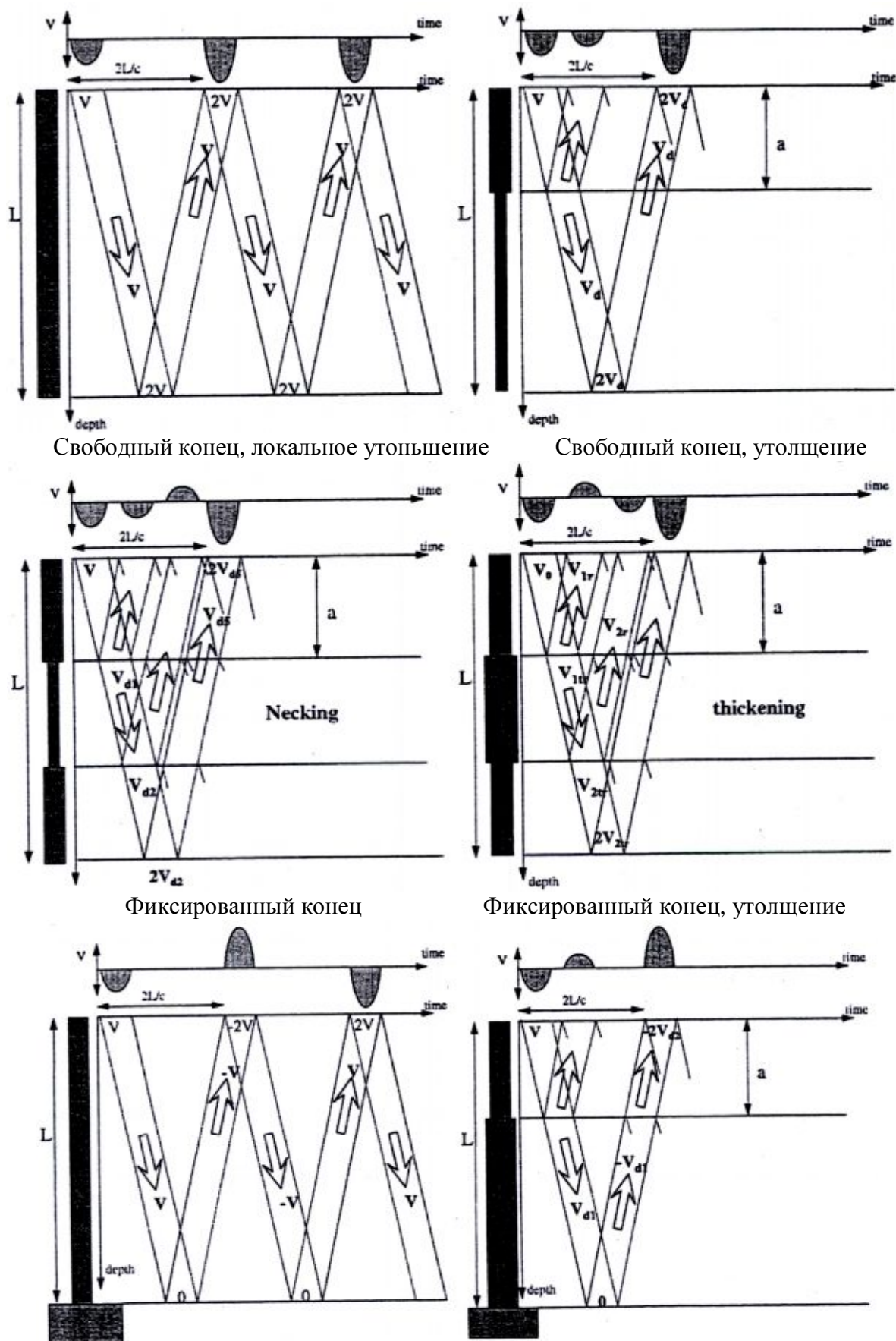


Рис. 7. Рефлексии для б-и основных случаев изменения поперечного сечения сваи со свободным и фиксированным концами.

### 3. Взаимодействие сваи с грунтом

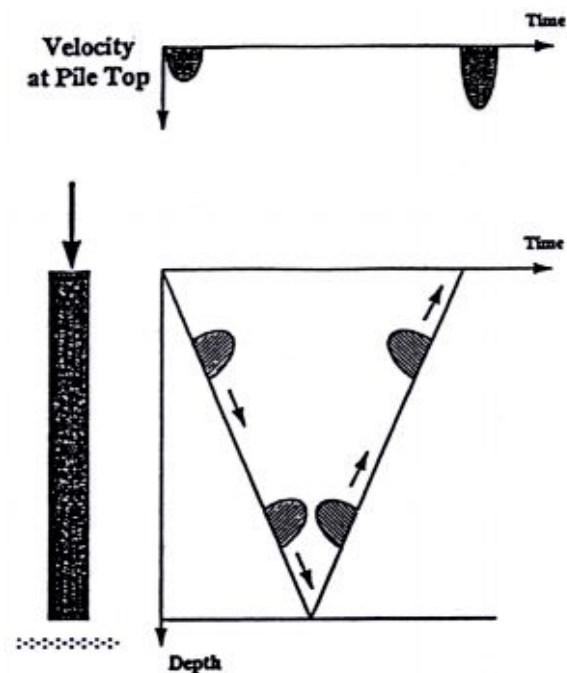


Рис. 8. Свободная волна в свае.

Для свободного конца сваи скорость показана как однозначное отражение.

Под воздействием бокового трения скорость прохождения волны снижается. Изменение слоев грунта от твердых к более мягким создает эффект некоторого уменьшения поперечного сечения сваи. Изменение слоев от мягких к более твердым создает эффект некоторого увеличения поперечного сечения сваи.